



**Universitatea Tehnica din Cluj-Napoca**  
**Str. C. Daicoviciu, Nr. 15**  
**400020 Cluj -Napoca**

**URCERETA**  
Centrul de Cercetari in  
Tehnologia Deformarii  
Plastice a Tablelor Metalice

---

Contract PN-II-ID-PCCE 6/2010

## **MODELAREA CONTINUA - DE LA MICRO LA MACRO SCARA - A MATERIALELOR AVANSATE IN FABRICATIA VIRTUALA**

### **Obiective**

1. Caracterizarea micro si macroscopică a materialelor testate
2. Modelarea la nivel micro și macroscopic a comportării materialelor testate
3. Implementarea modelelor elaborate în programe de calcul

**Director de proiect**  
**Prof. Dr. Ing. Dorel BANABIC**

Cluj Napoca  
Decembrie 2010

## Obiectivul 1: Caracterizarea experimentală la nivel micro și macro a aliajelor selectate

### 1.1. Selectarea și achiziționarea materialelor de testare

Tabla DC04 (SR EN 10130+A1:2000) [SRE00] de grosime 0,85 mm este des utilizată în industria auto. Din acest motiv, modelele teoretice dezvoltate vor fi validate cu date experimentale pentru acest sortiment de material. În prima fază a proiectului a fost achiziționată tablă DC04 și au fost determinați parametrii mecanici prin încercări la tracțiune.

Tabelul 1 prezintă compoziția chimică a materialului [SRE00]. După cum se poate remarca, tabla DC04 este un oțel carbon de calitate. Manganul este un element adăugat la elaborarea aliajului, în vederea dezoxidării. Fosforul și sulful sunt impurități care diminuează deformabilitatea oțelurilor. Din această cauză, concentrația lor este strict controlată prin impunerea unor limite superioare.

Tabelul 1: Compoziția chimică a semifabricatelor de tablă DC04 (valori extrase din normativul SR EN 10130+A1:2000)

<b>Carbon</b>	<b>Mangan</b>	<b>Fosfor</b>	<b>Sulf</b>	<b>Fier</b>
0,08%	0,40%	max. 0,03%	max. 0,03%	Restul până la 100%

### 1.2. Determinarea parametrilor mecanici prin încercări la tracțiune

Parametrii mecanici ai tablei DC04 cu grosimea de 0,85 mm au fost determinați folosind mașina de încercări Zwick/Roell aflată în dotarea laboratorului CERTETA de la Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca. Au fost determinate experimental următoarele caracteristici de plasticitate ale materialului: coeficientul de anizotropie  $r$ , limita de curgere  $R_{p0,2}$ , limita la rupere  $R_m$ , exponentul ecruisării din legea Swift  $n$  și modulul de ecruisare  $K$ . Acești parametrii au fost mășurați pe epruvete prelevate la  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , respectiv  $90^\circ$  față de direcția laminării tablei (DL).

În figurile 1, 3 și 5 sunt prezentate curbele tensiune-deformație a celor 5 epruvete prelevate după cele trei direcții menționate mai sus. În toate cele trei cazuri se observă o mică dispersie între curbe. În figurile 2, 4 și 6 sunt trasate curbele medii ale celor 5 diagrame aferente diferitelor orientări ale epruvetei față de direcția de laminare. În figura 7 sunt prezentate curbele medii tensiune-deformație pentru epruvetele prelevate la  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  și  $90^\circ$  în raport cu direcția de laminare. Se observa o diferență între acestea ceea ce denota existența unei anizotropii planare semnificative a materialului testat. Acest lucru rezultă și din analiza valorilor coeficienților de anizotropie prezentați în tabelul 2.

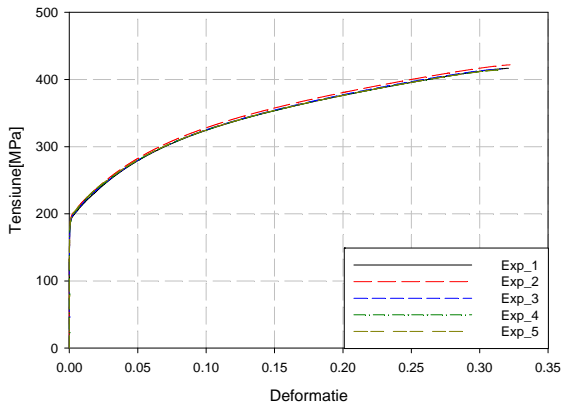


Fig.1 Diagrame tensiune-deformație pentru 5 epruvete prelevate la  $0^\circ$  în raport cu DL

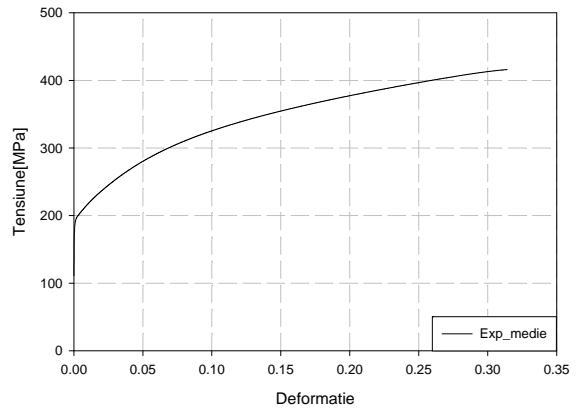


Fig.2 Diagrama medie tensiune-deformație la  $0^\circ$  în raport cu DL

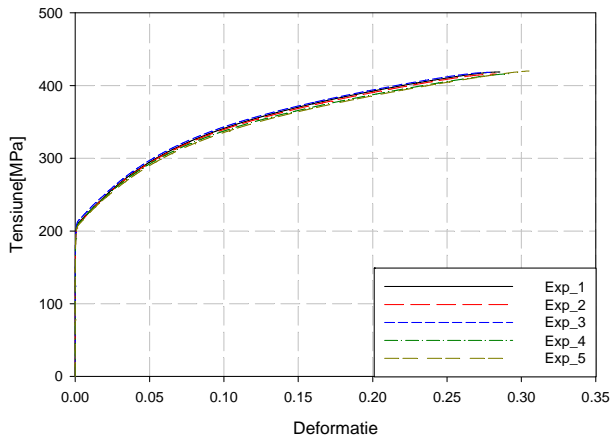


Fig.3 Diagrame tensiune-deformație pentru 5 epruvete prelevate la  $45^\circ$  în raport cu DL

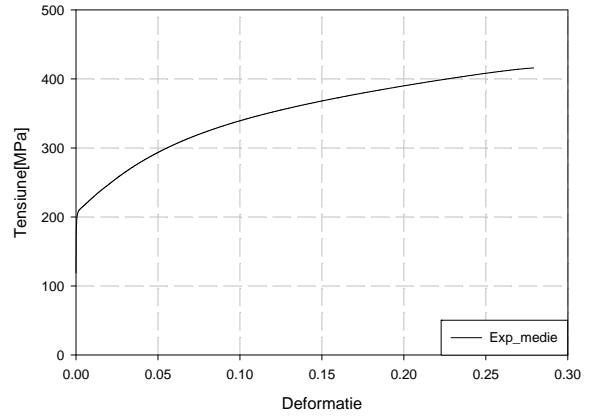


Fig.4 Diagrama medie tensiune-deformație la  $45^\circ$  în raport cu DL

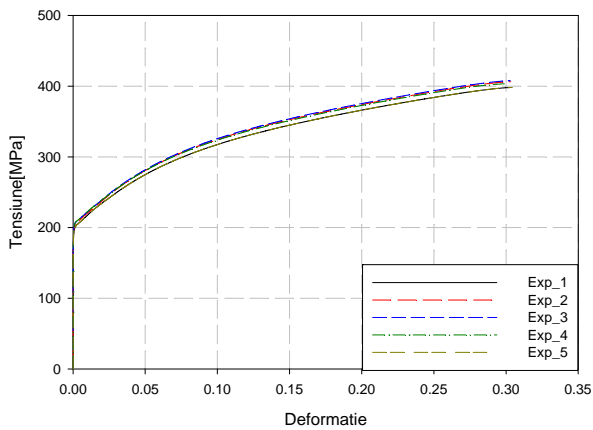


Fig.5 Diagrame tensiune-deformație pentru 5 epruvete prelevate la  $90^\circ$  în raport cu DL

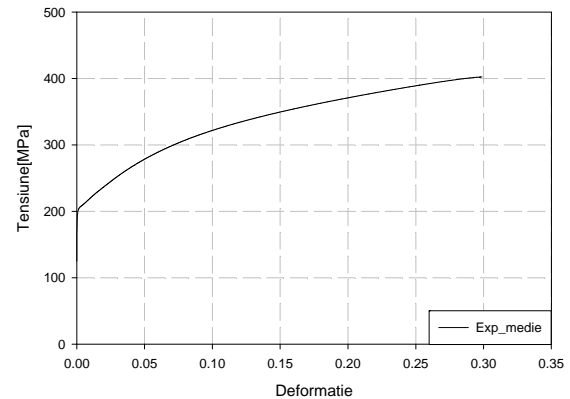


Fig.6 Diagrama medie tensiune-deformație la  $90^\circ$  în raport cu DL

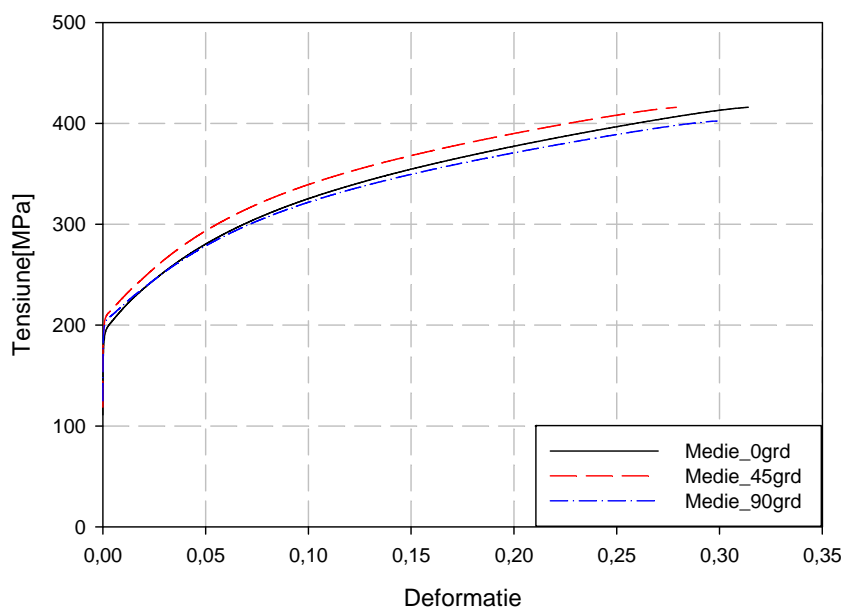


Fig.7 Curbele tensiune-deformație pentru epruvetele prelevate la  $0^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$  și  $90^{\circ}$  în raport cu DL

În tabelul 2 sunt prezentați ca valori medii parametrii de material prin încercarea la tracțiune.

Tabelul 2: Parametrii mecanici ai tablei DC04 cu grosimea de 0,85 mm (valorile prezentate corespund direcțiilor de prelevare a epruvetelor)

	$R_{p0,2}$ [MPa]	$R_m$ [MPa]	$r$ [-]	$n$ [-]	$K$ [MPa]
$0^{\circ}$	196.24	416.22	1.954	0.209	526.75
$45^{\circ}$	209.41	415.86	1.298	0.202	541.32
$90^{\circ}$	205.64	402.44	2.192	0.201	513.55

## 2.1 Dezvoltarea unui model de suprafețe de curgere anizotrope și validarea acestuia

În cadrul prezentului proiect se propune o generalizare a modelului BBC 2005, dezvoltat de echipa centrului CERTETA din cadrul UTCN [BAN05]. Modelul BBC 2005 a fost implementat cu succes în programul de simulare a proceselor de deformare plastică a tablelor AutoForm 4.1 de către firma AUTOFORM din Zurich, Elveția [SES09]. Prin dezvoltarea noului model propus în cadrul acestui proiect cresc performanțele de predicție a modelului BBC 2005 și prin aceasta și precizia rezultatelor obținute prin simulare. Noul model este dezvoltat pentru cazul stării plane de tensiuni și va putea descrie comportarea plastică a tablelor cu anizotropie pronunțată.

Suprafata de curgere definita de acest model rezulta din ecuatia implicita

$$\Phi(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12} = \sigma_{21}, Y) := \bar{\sigma}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12} = \sigma_{21}) - Y = 0, \quad (1)$$

unde  $\bar{\sigma}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12} = \sigma_{21}) \geq 0$  este tensiunea echivalenta (vezi mai jos),  $Y > 0$  este parametru de curgere,  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ , si  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$  sint componentele planare ale tensorului tensiune exprimate intr-un sistem de axe orthonormal suprapus peste sistemul local de axe de orthotropie plastica. Se face presupunerea ca a treia directie a vectorului din sistemul local de axe este intotdeauna normal la suprafata mediana a tablei.

In noul criteriu de plasticitate, tensiunea echivalenta este definita astfel:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}^{2k}}{w-1} &= \sum_{i=1}^s \left\{ w^{i-1} \left\{ [L^{(i)} + M^{(i)}]^{2k} + [L^{(i)} - M^{(i)}]^{2k} \right\} + w^{s-i} \left\{ [M^{(i)} + N^{(i)}]^{2k} + [M^{(i)} - N^{(i)}]^{2k} \right\} \right\}, \\ L^{(i)} &= \ell_1^{(i)} \sigma_{11} + \ell_2^{(i)} \sigma_{22}, \\ M^{(i)} &= \sqrt{[m_1^{(i)} \sigma_{11} - m_2^{(i)} \sigma_{22}]^2 + [m_3^{(i)} (\sigma_{12} + \sigma_{21})]^2}, \\ N^{(i)} &= \sqrt{[n_1^{(i)} \sigma_{11} - n_2^{(i)} \sigma_{22}]^2 + [n_3^{(i)} (\sigma_{12} + \sigma_{21})]^2}, \\ k, s &\in \mathbb{N} \setminus \{0\}, \quad w = (3/2)^{1/s} > 1, \quad \ell_1^{(i)}, \ell_2^{(i)}, m_1^{(i)}, m_2^{(i)}, m_3^{(i)}, n_1^{(i)}, n_2^{(i)}, n_3^{(i)} \in \mathbb{R}. \end{aligned} \quad (2)$$

Marimile urmatoare  $k$ ,  $\ell_1^{(i)}$ ,  $\ell_2^{(i)}$ ,  $m_1^{(i)}$ ,  $m_2^{(i)}$ ,  $m_3^{(i)}$ ,  $n_1^{(i)}$ ,  $n_2^{(i)}$ , si  $n_3^{(i)}$  ( $i=1, \dots, s$ ) sint parametrii de material. Se poate usor observa ca tensiunea echivalenta definite prin relatia (2) se reduce la formularea isotropa propusa de Barlat si Richmond [BAR87] daca

$$\ell_1^{(i)} = \ell_2^{(i)} = m_1^{(i)} = m_2^{(i)} = m_3^{(i)} = n_1^{(i)} = n_2^{(i)} = n_3^{(i)} = 1/2, \quad i=1, \dots, s. \quad (3)$$

In aceste circumstante, valoarea exponentului intreg  $k$  poate fi ales in functie de structura cristalografica a materialului tablei, ca in criteriul Barlat si Richmond [BAR87]:  $k=3$  pentru materiale cu structura cristalografica Cubica cu Volum Centrat (CVC) si  $k=4$  pentru materiale cu structura cristalografica Cubica cu Fete Centrale (CFC).

### 1.9 Determinarea experimentală a formei și distribuției golurilor din material

În cadrul acestei activități a fost realizat un studiu prin microscopie electronică de baleiaj (SEM) și microanaliza cu radiații X (EDX) a tablelor din oțel înainte de deformare. Pentru examinare, probele au fost șlefuite, lustruite și atacate cu reactiv Nital. Observarea microstructurii prin contrast topografic obținut cu ajutorul electronilor secundari permite evidențierea grăunților cristalini în cazul celor două probe luate din centru (C) și respectiv de la marginea (L) tablei laminate. Imaginile sunt prezentate în Figura 8.

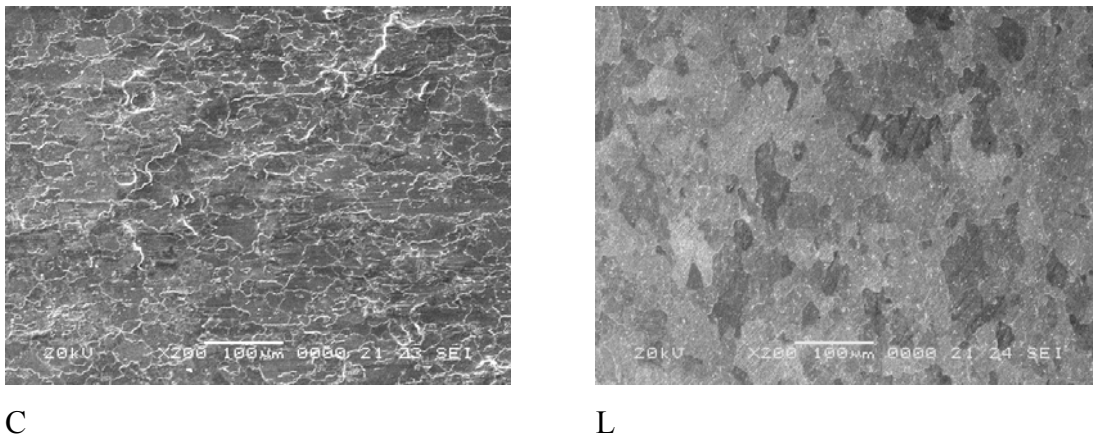


Fig. 8. Microstructura observată la o mărire de x200

Din cele două imagini nu se observă clar existența unei texturi, un indiciu că după laminare probele au fost tratate termic. La mariri mai mari (1000x, Figura 9), se poate distinge însă existența a două tipuri de grăunți cristalini: monofazic cu structură feritică și respectiv bifazici (amestec de 2 faze), de tip perlitic.

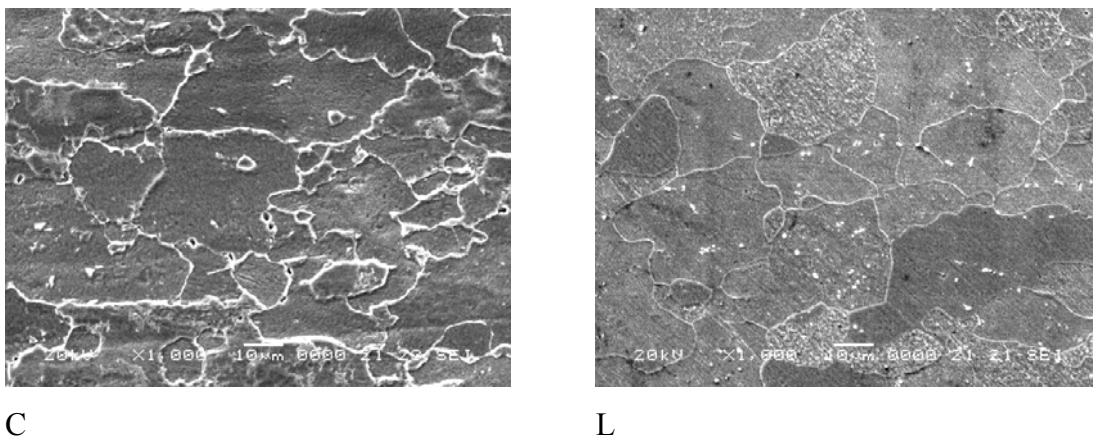


Fig. 9 Microstructura observată la o mărire de x1000

Existența celor două tipuri de grăunți este mai vizibilă pentru proba L.

O analiză chimică, prin metoda EDX, confirmă existența a două tipuri de grăunți cristalini. În cazul probei L (Figura 10) compoziția chimică a celor două tipuri de grăunți este

următoare (în procente masice): grăunte de tip perlitic: 99,17% Fe, 0,73%Cr și 0,09 % Mn; grăunte feritic: 99,08% Fe, 0,80% Cr și 0,11% Mn.

Analiza de ansamblu a probei a condus la următoarea compoziție: 99,16 %Fe, 0,75 %Cr și 0,09 % Mn



Fig. 10 Microstructura probei L observată la o mărire de x3000

În cazul probei C, procentele masice sunt: grăunte de tip perlitic: 99,34% Fe și 0,66 %Cr; grăunte feritic: 99,10 %Fe, 0,73% Cr și 0,18 %Mn.

În timp ce per ansamblu proba conține: 99,32 %Fe, 0,55% Cr și 0,12 %Mn.

Trebuie totuși menționat ca diferențele între valorile obținute sunt în limita erorilor metodei de analiză.

În cazul probei luate din centrul piesei, se poate observa (Figura11) existența unor pori la limita dintre grăunți, cauzăți de tragerea tablei.

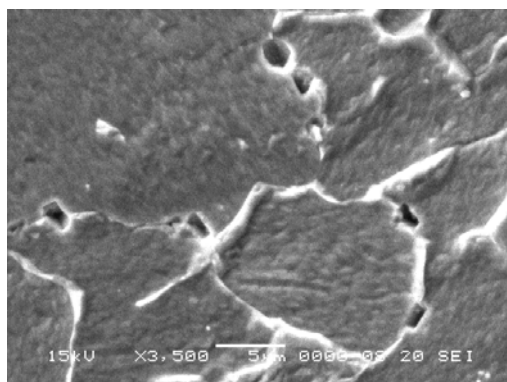


Fig. 11 Microstructura probei C observată la o mărire de x3500.

Existența porilor de rupere.

## 2.2 Utilizarea ODF in programe de analiza de textura

Obiectivul acestei etape, utilizarea ODF în programe de analiză a texturilor a fost atins prin identificarea metodelor de procesare a imaginilor ce permit identificarea anizotropiei locale precum și a metodelor de segmentare a imaginii.

Metodele descrise în Capitolul 2 din raportul tehnic al proiectului sunt metode multirezoluție. Avantajul acestor metode este că ele sunt invariante la translații, rotații sau chiar și la scalări a imaginii prelucrate. Metoda de segmentare prezentată pe larg în capitolul 3 al raportului este o metodă care păstrează topologia imaginii. În acest fel, nici o informație, potențial utilă nu este pierdută prin segmentare. Dezavantajul acestui lucru ar fi că metoda generează un număr mare de obiecte. Tot în acest capitol a fost prezentată o metodă care filtrează informația după niște criterii foarte simple și puternice, în același timp. Combinând metoda de filtrare cu metoda de segmentare se obține un algoritm de segmentare foarte puternic și robust atât față de caracteristicile imaginii cât și față de parametrii algoritmului. Selecția metodei și a parametrilor de filtrare poate fi făcută astfel încât să fie specifică domeniului de aplicare și nu imaginilor individuale pe care se lucrează. Algoritmii prezentați în raportul tehnic sunt adecvați pentru a îndeplini obiectivele majore ale proiectului.

### **2.3 Identificarea unui model fenomenologic de plasticitate utilizand date din analiza de textura**

În cadrul acestei activități, a fost analizată posibilitatea determinării suprafețelor de plasticitate și a caracteristicilor de anizotropie ale tablelor subțiri prin calcul cristalografic. Testele au fost realizate cu ajutorul programului de analiză a texturii popLA [KAL91]. Ca metodologie de calcul s-a adoptat o versiune standard a modelului Taylor, neglijându-se partea elastică a deformației, precum și influența vitezei de deformare asupra răspunsului neelastic al materialului. Verificările s-au efectuat pe un set de date reprezentând textura unui agregat policristalin de cupru. Aceste date experimentale se găsesc în pachetul de instalare popLa. Rezultatele numerice au constatat în secțiuni plane prin suprafața de plasticitate a agregatului policristalin, precum și în distribuții planare ale limitelor de curgere la tracțiune uniaxială, respectiv ale coeficienților de anizotropie plastică. Analiza acestor rezultate a confirmat performanțele bune ale modelelor de calcul cristalografic în ceea ce privește capacitatea de a furniza predicții referitoare la anizotropia plastică a materialelor metalice puternic texturate. De asemenea, s-a constatat că volumul de date numerice este suficient pentru identificarea unor modele de plasticitate fenomenologice. Drept consecință, membrii colectivului de cercetare au decis să adopte programul popLA ca instrument al viitoarelor prelucrări de date cristalografice, în vederea determinării prin calcul a suprafețelor de plasticitate și a caracteristicilor de anizotropie plastică.



## **2.4 Elaborarea unor modele de tip Gurson pentru materiale anizotrope cu goluri**

Modelul Gurson pentru materiale plastice izotrope ce contin goluri macroscopice permite predictia ruperii ductile a acestora. Exista un interes crescand de a extinde acest model la cazul plasticitatii anizotrope, dovada o serie de lucrari recente [MON07] (in cazul plasticitatii anizotrope de tip Hill) sau [STE11] (in cazul unui material cu comportament asimetric in tensiune-compresie). Primul obiectiv important al Activitatii 2.4 este cel de a extinde analiza de tip Gurson la doua cazuri noi: plasticitate anizotropa bazata pe transformari liniare ale tensorului tensiune, respectiv plasticitate anizotropa pentru noul model fenomenologic dezvoltate in activitatea 2.1.

Au fost realizate urmatoarele etape din cadrul activitatii:

Obtinerea unor fomule explicite pentru disipatia plastica asociata modelului cu una sau mai multe transformari liniare, folosind tehnici de analiza convexa pentru functii convexe de matrici simetrice.

Metoda de aproximare a disipatiei plastice microscopice si obtinerea unui expresii analitice pentru disipatia macroscopica in cazul unui volum reprezentativ elementar cu gol sferic.

Dezvoltarea unei metode noi de analiza limita pentru plasticitate anizotropa, bazata pe metoda lagrangeanului augmentat, cu avantajul ca nu cere alte informatii decat proiectia pe convexul de plasticitate.

Pentru obtinerea unor rezultate publicabile, mai sunt necesare urmatoarele etape:

Trecerea de la disipatia macroscopica obtinuta mai sus la o forma explicita a convexului de plasticitate (de tip Gurson).

Obtinerea unor rezultate numerice folosind metoda noua de analiza limita sau programe de element finit pentru validarea modelului teoretic obtinut.

## **2.6 Model fenomenologic al efectului Portevin–Le Chatelier pentru table de aluminiu**

A fost studiat modelarea instabilitatilor termo-mecanice care insotesc fenomene de localizare a deformatiei in materiale metalice. Studiul porneste de la fapte experimentale. Este cunoscut faptul ca din punct de vedere mecanic efectul Portevin-LeChatelier (PLC) este caracterizat de localizarea spontana a benzilor de deformatie in timpul curgerii vascoplastice a materialului. Pe de alta parte, in ultima perioada, progresul tehnologic al termografiei in infrarosu a condus la studierea acestor fenomene de localizare si propagare a deformatiei prin masurarea temperaturii. Astfel a fost pus in evidenta faptul ca fiecare "explozie" a activitatii plastice locale este insotita de o crestere a temperaturii benzii de deformatie. S-a urmarit astfel

dezvoltarea unui model fenomenologic capabil sa cupleze aspectele mecanice si termice ale efectului PLC. Abordarea constitutiva se bazeaza pe utilizarea unei energii libere ne-convexe pentru un anumit interval de temperatura, adica in mod echivalent pe relatii ne-monotone tensiune-deformatie si pe efecte ce depind de viteza deformatiei si viteza tensiunii. Modelul diferential uni-dimensional obtinut intra in categoria modelelor termo-vascoplastice de tip "overstress". Predictiile modelului sunt ilustrate prin rezultate numerice care pun in evidenta faptul ca principalele caracteristici ale fenomenului PLC pot fi descrise din punct de vedere calitativ. S-a urmarit explicarea modului in care instabilitatile termomecanice sunt generate de modelul considerat. Prin urmare s-a efectuat o analiza liniara a stabilitatii perturbatiilor solutiilor sistemului de ecuatii cu derivate partiale. Prin studierea vitezei de crestere/descrere a unei perturbatii s-a ilustrat influenta perametrilor modelului (vascozitate, caldura specifica, conductivitate, moduli de echilibru elastic) asupra nuclearii si propagarii benzilor de deformatie. Este exemplificat felul in care un coeficient de vascozitate mare (timp de relaxare mic) conduce la o viteza sporita de crestere a instabilitatii, scurtand timpul necesar pentru nucleere si crescand atat amplitudinea seratiilor cat si amplitudinea varfurilor de temperatura.

### **3.1. Elaborarea unui algoritm și a unui program pentru predicția CLD**

La fel ca în versiunea standard a modelului Marciniak-Kuczyński [MAR67, MAR68, MAR73], se admite ipoteza potrivit căreia localizarea deformațiilor este rezultatul amplificării graduale a unei imperfecțiuni de grosime, schematizată printr-o bandă în figura 1. În asemenea circumstanțe, pot fi distinse două regiuni ale tablei:  $a$  – zonă fără defecte;  $b$  – zonă mai subțire unde se va produce gătuirea. Modelul elaborat de membrii colectivului de cercetare presupune că banda  $b$  are o extensie indefinită pe una din direcții (lungimea, din care figura 1 redă numai un tronson foarte restrâns). Se consideră că această regiune rămâne relativ îngustă, având totuși o lățime suficientă pentru ca ipoteza stării plane de tensiuni să fie aplicabilă și aici. De asemenea, modelul admite extensia indefinită a tablei pe toate direcțiile din suprafața sa, astfel încât parametrii de stare ai celor două zone să nu fie sub influența vreunor condiții impuse pe marginile semifabricatului. În diversele stadii ale procesului de deformare, amplitudinea defectului este descrisă prin raportul grosimilor curente ale tablei la nivelul zonelor  $a$ , respectiv  $b$ . Valoarea inițială a parametrului de neomogenitate se determină pornind de la grosimea nominală a semifabricatului nedeformat și rugozitatea sa

medie<sup>1</sup>. Această metodă de estimare este fundamentată pe ipoteza că banda de gătuire ia naștere prin coalescența micilor neregularități de suprafață generate aleatoriu pe parcursul laminării tablei.

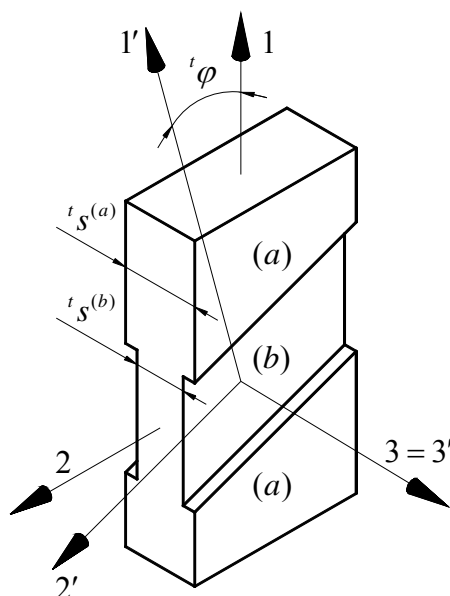


Fig. 1. Schematizarea imperfecțiunii de grosime a tablei

Pentru a păstra simplitatea modelului, se admite că zona  $a$  evoluează de-a lungul unor trasee deformaționale liniare. Evoluția zonei  $b$  este în general mai complexă. Totuși, în condițiile ipotezelor „fără limite” enunțate anterior, axele de ortotropie ale acestei regiuni pot rămâne suprapuse peste axele corespondente din vecinătățile nedefective, conservându-și de asemenea statutul de direcții principale atât pentru tensorul tensiune, cât și pentru tensorul viteză de deformare. Admiterea unor astfel de caracteristici nu generează contradicții interne ale modelului de gătuire. În plus, ele sunt de natură să îi simplifice foarte mult formularea matematică, în comparație cu alte versiuni întâlnite în literatura de specialitate [1 – 4].

La nivelul interfeței dintre cele două regiuni ale tablei sunt impuse următoarele condiții:

- continuitatea vitezelor de deformare pe direcția de extindere a benzii defective;
- echilibrul încărcărilor normale și tangențiale.

Prin explicitarea acestor constrângeri, în ipotezele formulate anterior, modelul de localizare a deformațiilor poate fi redus la o singură ecuație neliniară. Prin rezolvarea numerică a acestei ecuații, pentru un traseu de încărcare dat, pot fi determinați incrementii deformaționali ai zonelor  $a$  și  $b$ . Apariția găturii este detectată prin testarea raportului acestor incrementi. Dacă respectivul raport scade sub  $10^{-2} \div 10^{-3}$ , se poate considera că stricțiunea a început.

<sup>1</sup> Notată  $R_a$  în literatura tehnică.

Drept consecință, valorile ale deformațiilor din zona  $a$  definesc starea limită a tablei pe traseul analizat.

### **3.2. Elaborarea unor metode de calcul numeric paralel**

Pentru tematica de calcul numeric paralel a fost elaborata lucrarea, [BAD10]. Inegalitatile variationale de speta a doua si inegalitatile quasi-variationale modeleaza numeroase probleme care provin din mecanica sau din stiintele ingineresti. O tratare teoretica si numerica a problemelor de plasticitate modelate matematic cu ajutorul acestor inegalitati se poate gasi in monografia [HAN99].

In cazul problemelor liniare, introducerea mai multor nivele de discretizare in metodele de descompunerea domeniilor a dus la imbunatatiri semnificative a convergentei acestor metode. In cazul metodelor cu doua nivele, se demonstreaza ca numarul iteratiilor de-pinde foarte slab, uneori aproape deloc, de parametrii retelelor. Aceasta inseamna ca nu-marul iteratiilor este acelasi indiferent de cat de fine sint retelele. Este un rezultat aproape surprinzator pentru ca, in fapt, putem obtine aproximari oricât de bune ale solutiei exacte a problemei cu același numar de iteratii. Evident, adaptarea acestor metode si demonstrarea convergentei lor pentru probleme neliniare, cum este cazul problemelor de plasticitate, nu este simpla. In lucrarea elaborata pentru acest contract, se demonstreaza ca metodele aditive cu doua nivele converg optimal (adica ca in cazul liniar) pentru inegalitati variationale de speta a doua si pentru inegalitati quasi-variationale. Metodele aditive, desi uneori converg puțin mai lent decit cele multiplicative, au avantajul ca sunt total paralelizabile. In lucrare, metodele sint mai intii introduse ca algoritmi de corectie pe sub-spatii pentru probleme dintr-un spatiu Banach reflexiv. Se demonstreaza ca acesti algoritmi sint global convergenti si se dau, facind anumite ipoteze, estimari ale erorii. In cazul spatiilor de elemente finite, algoritmi introdusi devin, in fapt, metode Schwarz de descompunere a domeniilor cu una sau doua nivele de discretizare. In acest caz, se demonstreaza ca ipotezele facute pentru a demonstra rezultatul de convergenta generala sint indeplinite si, in plus, putem exprima rata de convergenta in functie de parametrii de discretizare si cei de suprapunere a domeniilor. In acest fel se demonstreaza ca metodele introduse sint foarte eficiente pentru rezolvarea problemelor de plasticitate, avind o rata de convergenta optimala. Lucrarea elaborata pentru acest contract poate fi considerata ca o continuare a unor rezultate obtinute anterior. Impactul international si interesul de care se bucura acest tip de rezultate poate fi exemplificat prin doua articole ale autorului avand ca subiect acelasi tip de metode. Primul articol [BAD03], aparut in 2003 si avind 13 citari numai

in reviste internationale cu mare factor de impact ISI, se ocupa cu convergenta metodelor cu doua nivele de discretizare pentru inegalitatile variationale de prima speta. Al doilea articol [BAD06], aparut in 2006 are 6 citari in reviste cotate ISI, si se ocupa cu aplicarea metodelor multi-nivel la rezolvarea problemelor de minimizare cu restrictii.

### **Bibliografie**

- [BAD03] Badea, L., Tai, X.C., Wang, J., *Convergence rate analysis of a multiplicative Schwarz method for variational inequalities*, SIAM J. on Num. Anal, 41(2003), 1052-1073.
- [BAD06] Badea, L., *Convergence rate of a Schwarz multilevel method for the constrained minimization of nonquadratic functionals*, SIAM J. Numer. Anal., 44(2006), 449-477],
- [BAD10] Badea, L., *One- and two-level additive methods for variational and quasi-variational inequalities of the second kind*, Preprint series of the Institute of Mathematics of the Romanian Academy, nr. 5, 2010.
- [BAN05] D. Banabic, H. Aretz, D.S. Comsa, L. Paraianu, *An improved analytical description of orthotropy in metallic sheets*, International Journal of Plasticity, 21(2005), 3, 493-512.
- [BAR87] Barlat,F., Richmond,O., *Prediction of tricomponent plane stress yield surfaces and associated flow and failure behaviour of strongly textured F.C.C.polycrystalline sheets*, Mat.Sci.Eng. 91(1987), 15–29.
- [BER94] Berga, A., de Saxce, A., *Elastoplastic finite element analysis of soil problems with implicit standard material constitutive laws*, Rev. Eur. Des Elements Finis, 3(1994), 411-456.
- [HAN99] Han, W., Reddy, B.D., *Plasticity: Mathematical Theory and Numerical Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1999.
- [HOS79] Hosford, W.F. *On yield loci of anisotropic cubic metals*. În: Proc. 7th North American Metalworking Conference. Dearborn: SME, 1979, p. 191-197.
- [KAL91] Kallend, J.S., Kocks, U.F., Rollet, A.D., Wenk, H.R. *popLa – An integrated software system for texture analysis*, În: Textures and Microstructures, 14-18(1991), 1203-1208.
- [MAR68] Marciniak, Z. *Analysis of necking preceding fracture of sheet metal under tension*. În: La Metallurgia Italiana, 60(1968), 701-709.

- [MAR67] Marciniak, Z., Kuczyński, K. *Limit strains in the process of stretch-forming sheet metal*. În: International Journal of Mechanical Sciences, 9(1967), 609-620.
- [MAR73] Marciniak, Z., Kuczyński, K., Pokora, T. *Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension*. În: International Journal of Mechanical Sciences, 15(1973), 789-805.
- [MON07] Monchiet, V., Charkaluk, E., Kondo, D., *Macroscopic yield criteria for plastic anisotropic materials containing spheroidal voids*, Int. J. Plasticity, 24(2008), 1158-1189.
- [SES09] M. Sester, A. Krasovskyy, W. Kubli, *Material data for advanced yield surface and hardening models in AUTOFORM*, IDDRG 2009 International Conference, 1-3 June 2009, Golden, CO, USA.
- [SRE00] Standard SR EN 10130+A1:2000
- [STE11] Stewart, J.B., Cazacu, O., *Analytical yield criterion for an anisotropic material containing spherical voids and exhibiting tension–compression asymmetry*, Int. J. Solids and Structures, 48(2011).